Universität des Saarlandes
Fachbereich 14- Informatik
Prof. Dr. W.J. Paul / I. Savenkov

6. Übungsblatt Informatik III

(Abgabe am 16.10.2003 vor der Vorlesung)

Alle Übungsblätter sind in Gruppen von zwei bis drei Personen abzugeben.

---

1. **Aufgabe:** **(10 Punkte)**
   Sei $0^s = 0...0$ (s-mal). Geben Sie eine zweibändige und eine einbändige Turingmaschine an, die auf Eingabe eines Wortes $w_1...w_n\#0^s$ mit $w_i \in \{0,1\}$ das Wort $0^s w_1 \# 0^s w_2 \# ... \# 0^s w_n$ ausgeben. Bestimmen Sie die Laufzeit beider Maschinen.

2. **Aufgabe:** **(10 Punkte)**
   Geben Sie eine einbändige Turingmaschine an, die für eine Eingabe der Form $u\#v$ ($|u| \geq |v|$) 1 ausgibt, falls v Teilwort von u ist, und 0 sonst. Bestimmen Sie die Laufzeit als Funktion von $|u|$ und $|v|$.

3. **Aufgabe:** **(10 Punkte)**
   Geben Sie eine einbändige und eine zweibändige Turingmaschine an, die die charakteristische Funktion χ_L für die Sprache $L = \{w\#w | w \in \{0,1\}^*\}$ berechnen. Bestimmen Sie ihre Laufzeiten als Funktion in der Länge der Eingabe.

4. **Aufgabe:** **(15 Punkte)**
   Welche der folgenden Mengen sind entscheidbar/rekursiv aufzählbar? Beweisen Sie Ihre Antwort.

   (a) $\{u \in \{0,1\}^* | \forall v \in \{0,1\}^* : f_{M_u}(v) = v\}$
   (b) $\{u \in \{0,1\}^* | M_u$ gestartet mit leerem Band hält$\}$
   (c) $\{u \in \{0,1\}^* | M_u$ hält auf allen Eingaben$\}$
   (d) $\{u \in \{0,1\}^* | \{f_{M_u}(v) | v \in \{0,1\}^*\}$ ist rekursiv aufzählbar$\}$
   (e) $\{u \in \{0,1\}^* | M_u$ gestartet mit leerem Band druckt irgendwann während der Rechnung ein Nicht-Blank-Zeichen$\}$

5. **Aufgabe:** **(15 Punkte)**
   Ein Beweissystem $\mathcal{S}$ heißt ω-konsistent, wenn für kein Prädikat $A(y)$ die Aussagen $A(0), A(1), \ldots$ und $\exists y(\neg A(y))$ in $\mathcal{S}$ herleitbar sind.

   Beweisen Sie:

   (a) Ist Z_E ω-konsistent, so ist Z_E konsistent.
   (b) $Z'_E = (\Sigma_E, L_E, A_E \cup \{\neg \text{Consis } Z_E\}, S_E)$ ist konsistent, aber nicht ω-konsistent.

6. **Aufgabe:** **(10 Punkte)**
   Zeigen Sie, dass

$$DTAPE(t(n)) \subseteq \bigcup_{c \in \mathbb{N}} DTIME(2^{c \cdot t(n)})$$
