



Klausur Informatik III
(Datum: 18.10.2003)

1. **Aufgabe:** (2 Punkte)
Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \{ww|w \in \{0, 1\}^n\}$ nicht kontextfrei ist.
2. **Aufgabe:** (2 Punkte)
Sei $H = \{u\#v|M_u \text{ gestartet mit } v \text{ hält}\}$. Zeigen Sie, dass \overline{H} nicht rekursiv aufzählbar ist.
3. **Aufgabe:** (2 Punkte)
Ist $\{u|f_{M_u} : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0 \text{ ist total und monoton steigend}\}$ entscheidbar?
4. **Aufgabe:** (4 Punkte)
Zeigen Sie für alle Sprachen L : ist L regulär, so ist L kontextfrei.
5. **Aufgabe:** (4 Punkte)
Beweisen Sie oder widerlegen Sie: Sind L, L' kontextfrei, so ist $L \cap L'$ auch kontextfrei.
6. **Aufgabe:** (4 Punkte)
Zeigen Sie, dass die Funktionen $f(x) = \lceil \log_3 x \rceil$ und $f(x) = \lceil \sqrt{x} \rceil$ primitiv rekursiv sind.
7. **Aufgabe:** (6 Punkte)
Zeigen Sie, dass es Turingmaschinen gibt, die eingesetzt auf Eingabe 1^n ($1^n = 1\dots 1$ n -mal) die Binärdarstellung $bin(n)$ erzeugen: a) in Zeit $O(n \cdot \log(n))$ mit einem Band und b) in Zeit $O(n)$ mit zwei Bändern.
8. **Aufgabe:** (6 Punkte)
Zeigen Sie, dass $NTIME(t(n)) = NTIME_2(t(n))$
Hinweis: Raten Sie zunächst eine Folge von zulässigen Übergängen
 $(z, a_1, \dots, a_k, z', b_1, \dots, b_k, m_1, \dots, m_k)$ mit $(z', b_1, \dots, b_k, m_1, \dots, m_k) \in \delta(z, a_1, \dots, a_k)$.
9. **Aufgabe:** (4 Punkte)
Sei $T(n)$ zeitkonstruierbar, und $t(n) \cdot \log(t(n)) = o(T(n))$. Zeigen Sie, dass $DTIME(t(n)) \subset DTIME(T(n))$. Benutzen Sie $DTIME(t(n)) \subseteq DTIME_2(t(n) \cdot \log(t(n)))$.
10. **Aufgabe (Bonus):** (4 Punkte)
Zeigen Sie, dass $L = \{Code(A)|A \text{ ist ein boole'scher Ausdruck in DNF, } \exists \text{ eine Belegung } \varphi : \varphi(A) = 0\}$ ist NP -vollständig (DNF steht für Disjunktive Normalform).
11. **Aufgabe (Bonus):** (4 Punkte)
Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \{1^x|x \text{ ist eine Primzahl}\}$ in P liegt. ($1^x = 1\dots 1$ x -mal)