Musterlösung Blatt 11

Aufgabe 1)

zur Erinnerung: $V(c) = \{gm\} \cup \{ST(i,c) \mid i \in [0:c.rd]\}$
$\cup\ [0:c.nh-1]$

a) Hier geben wir die Adressbereiche für jedes $x \in V(c)$ explizit an. Mit unserem scharfen Auge (wenn das linke unscharf ist, halten wir es einfach zu), sehen wir sofort, dass die Behauptung folgt.

(I) $ar(c.gm, c) = [sbase : (size(\$gm)-1)_{32} + sbase]$

$ba(ST(0,c),c) = sbase +_{32} (size(\$gm))_{32} +_{32} 8_{32}$

$ba(ST(i,c),c) = ba(ST(i-1,c)) +_{32} (size(c.st(i-1)))_{32} +_{32} 8_{32}$

(II) $ar(ST(i,c),c) = [ba(ST(i,c),c) : ba(ST(i,c),c) +_{32} (size(c.st(i))-1)_{32}]$

$ba(0,c) = hbase$

$ba(i,c) = ba(i-1,c) +_{32} (size(c.ht(i-1)))_{32}$

(III) $ar(i,c) = [ba(i,c) : ba(i,c) +_{32} (size(c.ht(i))-1)_{32}]$

b) z.z. $xs \in SV(c) \rightarrow ar(xs) \subset ar(x)$

sei $height(t) = \begin{cases} 0 & simple(t) \\ height(t')+1 & t = t'[n] \\ \max\{height(t_i)+1 \mid i \in [1:s]\} & t = \{t_1\, n_1; \dots; t_s\, n_s\} \end{cases}$

Bew. d. Ind. ü. $height(vtype(xs, c))$

IA: $height(vtype(xs,c)) = height(vtype(x,c))$

$\rightarrow s = \varepsilon$

$\rightarrow xs = x \quad \rightarrow ar(xs,c) \subset ar(x,c)$

IS: sei $s = s' \circ s''$ mit $s'' \in S$

Fallunterscheidung:

- $vtype(xs', c) = t'[n]$

$\rightarrow s'' \in [0:n-1]$

$\rightarrow ar(xs's'', c)$

$= [ba(xs', c) +_{32} (s'' \cdot size(t'))_{32}$

$: ba(xs', c) +_{32} ((s''+1) \cdot size(t') - 1)_{32}]$

$\subset ar(xs', c) = [ba(xs', c) : ba(xs', c)$

$+_{32} (n \cdot size(t') - 1)_{32}]$

$\overset{IH}{\subset} ar(x, c)$

- $vtype(xs', c) = \{t_1\, n_1; \dots; t_s\, n_s\}$

$\rightarrow s'' \in \{i \in [1:s] \mid .n_i\}$

$ar(xs'.n_i, c) = [ba(xs', c) +_{32} \sum_{j=1}^{j<i} (size(ctype(n_j, vtype(xs', c))))_{32}$

$: ba(xs', c) +_{32} \sum_{j=1}^{j\leq i} (size(ctype(n_j, vtype(xs', c))) - 1)_{32}]$

$\subset ar(xs', c)$

$\overset{IH}{\subset} ar(x, c)$

c) z.z. $x, y \in SV(c) \wedge (\neg \exists s.\ xs = y \vee ys = x) \to ar(x,c) \cap ar(y,c) = \emptyset$

Fallunterscheidung

- $\nexists v \in V(c) : \exists s, s' \in S^* : \quad vs = x \ \wedge \ vs' = y$

  Es folgt mit b) und a) die Behauptung

- Sei $v \in V(c)$, sodass

  $vs^1 = x \ \wedge \ vs^2 = y \quad$ für $s^1, s^2 \in S^*$

  Zunächst konstruieren wir einen Knoten $u \in V$, sodass

  gilt: - $\exists s \in S^* : \quad vs = u$

  - $\exists s', s'' \in S : \exists \tilde{s}', \tilde{s}'' \in S^* : s' \neq s'' \ \wedge \ us'\tilde{s}' = x \ \wedge \ us''\tilde{s}'' = y$

  Sei $\quad |\varepsilon| = 0$

  $|s \circ s'| = |s| + 1 \quad$ mit $\quad s \in S^*, s' \in S$

  Wir nehmen an $\ |s^1| \leq |s^2|$

  Seien $\boxed{sv}^1, \boxed{sm}^1, \boxed{sh}^1, \boxed{sv}^2, \boxed{sm}^2, \boxed{sh}^2$

  so gewählt, dass gilt:

  $|\boxed{sv}^1| = i-1 \qquad |\boxed{sm}^1| = 1 \qquad |\boxed{sh}^1| = |s^1| - i$

  $|\boxed{sv}^2| = i-1 \qquad |\boxed{sm}^2| = 1 \qquad |\boxed{sh}^2| = |s^2| - i$

  und $\quad s^1 = \boxed{sv}^1 \circ \boxed{sm}^1 \circ \boxed{sh}^1$

  $s^2 = \boxed{sv}^2 \circ \boxed{sm}^2 \circ \boxed{sh}^2$

  Dabei ist $\ i = \min\{ i \in [1 : |s^1|] \mid \boxed{sm}^1 \neq \boxed{sm}^2 \}$

  Ein solches i existiert, da $\nexists s.\ xs = y \vee ys = x$

  Damit ist unser $\ u = v \circ \boxed{sv}^1$

  und $\ x = u \circ \boxed{sm}^1 \circ \boxed{sh}^1$

  $y = u \circ \boxed{sm}^2 \circ \boxed{sh}^2$

Von hier aus ist die Behauptung offensichtlich

(Fallunterscheidung $u \circ \boxed{sv}^1$ struct oder array, Prinzip siehe a), b))

d) z.z.: $x, y \in SV(c) \wedge x \neq y \wedge ba(x,c) = ba(y,c)$

$\rightarrow vtype(x,c) \neq vtype(y,c)$

Fallunterscheidung:

- $\exists s: xs = y \vee ys = x$.

  Da $x \neq y \rightarrow s \in S^+ \rightarrow vtype(x,c) \neq vtype(y,c)$

- $\nexists s: xs = y \vee ys = x$

  mit c) folgt: $ar(x,c) \cap ar(y,c) \neq \emptyset$

  da aber $ba(x,c) = ba(y,c)$ und wir leere Typen ausgeschlossen haben, folgt die Behauptung (e.f.q.)

$\blacksquare$

Aufgabe 2:

a) Sei $n \in T.A \wedge bw(n) =$ p = p*.fson

da $\neg$ lastst(n) $\rightarrow$ succ(n) = dsucc(n)

$\hookrightarrow$ bw(succ(n))

= bw(dsucc(n))

= bw(fa(n)20)

= while p*.bro != null && j != 0 {

p = p*.bro;

j = j - 1

}

b) Sei $o \in T.A \wedge bw(o) =$ j = j - 1

da lastst(o) $\wedge$ inwhile(o)

folgt bw(succ(o))

= bw(Fa(o))

= bw(succ(n)) // siehe Aufgabe a
hier werden die in Teil a etablierten Gleichungen benutzt, um Schreibarbeit zu sparen (was keinen Sinn macht, da der Kommentar länger als die while-Schleife ist!)

c) Sei bw(b) = result = null
wobei $b \in T.A$

hier gilt:

bw(succ(b))

= bw(succ(Fa(b)) // lastst(b) $\wedge$ incond(b)

= bw(Fa(Fa(b))2 // lastst(Fa(b)) $\wedge$ inbody(Fa(b))

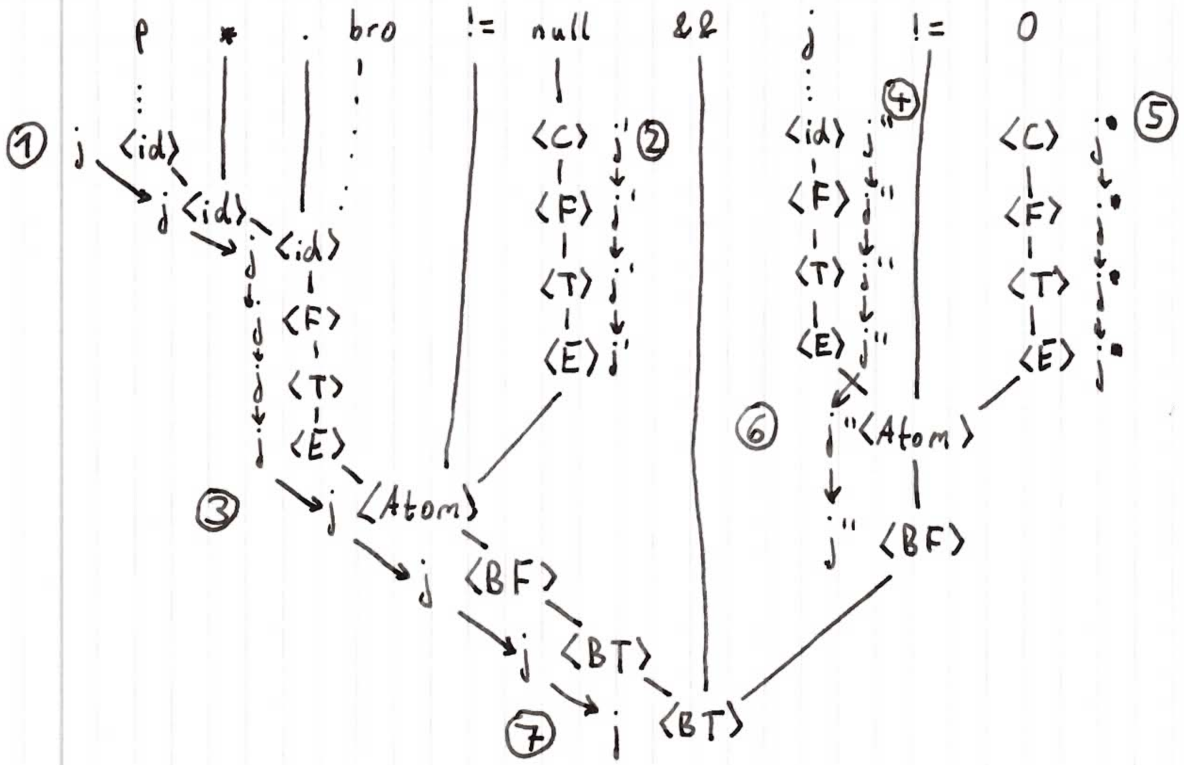
= return result

d) Lemma 88.2 gibt an, wie der Successor von return Statements definiert ist.

Dass der Successor hier nicht definiert ist ist trivial, Aufgabe 3)

Um das Pebble-Game spielen zu können, müssen alle Expressionnodes der Ableitung des Ausdrucks bekannt sein.
Folglich ist im Folgenden nicht der komplette Ableitungsbaum angegeben.
Im Skript (S. 171) sind Expressionnodes wie folgt definiert: $en = \{ i \in T.A \mid T.\ell(i) \in \{CC, BC, id, F, T, E, Atom, BF, BT, BE\}\}$

Wir benennen en in en' um und gehen davon aus, dass gilt: $en = en' \cup \{ i \in T.A \mid T.\ell(i) \in \{C\}\}$



Die benutzten Register sind j, j', j''

Die Liste der freien Register ist jeweils

1. j' j''
2. j''
3. j'' j'
4. j'
5.
6. j'
7. j' j''