



Aufgabe 1: (Ausdrucksauswertung)

(2+2+2 Punkte)

Beweise die folgenden Lemmas für boolesche Ausdrücke e und e' !

- a) $\varphi(\bar{e}) = 1 \Leftrightarrow \varphi(e) = 0$
- b) $\varphi(e \vee e') = 1 \Leftrightarrow \varphi(e) = 1 \vee \varphi(e') = 1$
- c) $\varphi(e \oplus e') = 1 \Leftrightarrow \varphi(e) \neq \varphi(e')$

Aufgabe 2 BONUS: (carry bit)

(1*+1*+2*+1* Punkte)

In der Vorlesung wurde der Additionsalgorithmus anhand eines Summenbits s und carry bits c' eingeführt. Ausgehend von der Wertetabelle erhielten wir dann die Schaltfunktion $s(x_2, x_1, x_0)$. Nun soll die Schaltfunktion $c'(x_2, x_1, x_0)$ für carry bits definiert und realisiert werden.

- a) Stelle den Träger $T(c')$ der Funktion auf!
- b) Konstruiere die vollständige disjunktive Normalform zu c' !
- c) Vereinfache den booleschen Ausdruck soweit wie möglich! Gib dabei die verwendeten Umformungsregeln an!
- d) Zeichne den entsprechenden Schaltkreis!

Aufgabe 3: (Darstellungssatz für konjunktive Normalform)

(10 Punkte)

Sei $a \in \mathbb{B}^n$. Dann definieren wir für $X \in \mathbb{B}^n$ die Disjunktionen von Literalen folgendermassen:

$$c(a) := \bigvee_{i=1}^n X_i^{\bar{a}_i}.$$

Disjunktionsterme $c(a)$ werden auch *Maxterm* oder *Klauseln* genannt.

Sei f eine n -stellige Schaltfunktion und $T(f)$ der Träger von f . Beweise:

$$f(X) \equiv \bigwedge_{a \notin T(f)} c(a).$$

Diese Form der Darstellung von f nennt man *konjunktive Normalform*.

Aufgabe 4: (Straight Line Programmes)**(2+4 Punkte)**

Gegeben seien die SLP-Darstellungen zweier Schaltkreise S_1, S_2 .

S_1		S_2	
z_0	$= \overline{x_0}$	z_0	$= x_0 \oplus x_1$
z_1	$= \overline{x_1}$	z_1	$= \overline{z_0}$
z_2	$= x_0 \wedge x_1$		
z_3	$= z_0 \wedge z_1$		
z_4	$= z_2 \vee z_3$		

Sie realisieren jeweils die Schaltfunktion $s_1(x_1, x_0) = z_4$ beziehungsweise $s_2(x_1, x_0) = z_1$.

- Zeichne die Schaltkreise S_1 und S_2 !
- Beweise formal: $s_1 \equiv s_2$

Aufgabe 5: (Schaltfunktionen)**(3+3+6+3 Punkte)**

Gegeben sei folgende Wahrheitstabelle:

x_1	x_2	x_3	f_1	f_2	f_3
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

Löse die folgenden Aufgaben für diese Wahrheitstabelle!

- Stelle die vollständige disjunktive Normalenform (DNF) von f_1, f_2 und f_3 auf!
- Gib die vollständige konjunktive Normalform (KNF) von f_1, f_2 und f_3 an!
- Minimiere die vollständige DNF unter Angabe der verwendeten Regeln!
- Entwirf die Schaltkreise zu den Minimierungen aus c)!