Universität des Saarlandes
FR 6.2 - Informatik
Prof. Dr. W.J. Paul
Dipl.-Ing. Christoph Baumann

1. Übungsblatt Informatik II

(Abgabe: 28.04.2008)

Organisatorische Informationen:

- Alle Teilnehmer der Vorlesung müssen sich auf der Vorlesungs-Webseite[1] für die Vorlesung und die Einteilung in die Übungsgruppen anmelden. Zusätzlich ist eine Anmeldung im HISPOS-System[2] notwendig, um zu den Klausuren zugelassen zu werden. Für manche Studiengänge ist HISPOS noch nicht verfügbar. In diesem Fall genügt eine Email an Christoph Baumann.
- Die Einteilung in die Übungsgruppen wird ab Mittwoch auf unserer Webseite bekanntgegeben.
- Die Übungsblätter werden Montags in der Vorlesung ausgegeben. Alternativ können sie auch von unserer Homepage heruntergeladen werden. Die Lösungen sind dann am darauffolgenden Montag nach der Vorlesung im Vorlesungssaal abzugeben. Die Übungen werden von den Übungsgruppenleitern bewertet und in der darauffolgenden Woche besprochen.
- Auf allen Seiten der Lösung müssen folgende Informationen stehen: Name und Matrikel-Nummer, Übungszeitpunkt, Name des Übungsgruppenleiters. Ansonsten können die Lösungen nicht bewertet werden. Mehrere Lösungs-Blätter müssen zusammengeheftet werden. Bitte keine Klarsichtfolien etc. abgeben.
- Die Übungsblätter können in Gruppen (bis zu drei Personen gleicher Übungsgruppe) gemeinsam bearbeitet und abgegeben werden. Jeder der Autoren muß in der Lage sein alle gelösten Aufgaben vorzutragen.
- Es wird zwei Teilklausuren geben, die den jeweils behandelten Stoff abdecken, sowie eine Nachklausur über den gesamten Stoff. Zulassungsvoraussetzung zu den Klausuren ist das Erreichen von mindestens 50% der Übungspunkte des jeweiligen Vorlesungsteils sowie das einmalige Vorrechnen pro Vorlesungsteil. Zum Scheinerwerb ist das Bestehen beider Teilklausuren oder das Bestehen der Nachklausur erforderlich.
- Die mit * gekennzeichneten Aufgaben sind Bonusaufgaben. Sie ermöglichen den Erwerb zusätzlicher Punkte für die Klausurzulassung. Aus einer Nichtbearbeitung entsteht kein Nachteil.

Aufgabe 0: (Organisatorisches) (0 Punkte)

a) Lies die obigen organisatorischen Hinweise! Weitere Informationen zur Vorlesung findest du auf der Webseite.

b) Melde dich sowohl auf der Webseite als auch im HISPOS für die Vorlesung an!

[1] http://busserver.cs.uni-sb.de/lehre/vorlesung/info2/ss08
[2] https://www.lsf.uni-saarland.de

Aufgabe 1: (Induktion) **(5 Punkte)**

Beweise durch vollständige Induktion über $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{i=1}^{n}(2i-1) \quad = \quad n^2$$

Aufgabe 2: (Adams Nachkommen) **(5 Punkte)**

Die folgenden Definitionen sollen gelten.

- M sei die Menge aller Männer. Der Einfachheit halber ist $Jesus \notin M$.
- Sei $M(n)$ die Menge aller Männer der n-ten Generation für ein $n \in \mathbb{N}$. Daraus folgt

$$M \quad = \quad \bigcup_{n \in \mathbb{N}} M(n).$$

- Sei $m \in M$, dann bildet $S(m)$ die Menge der Söhne dieses Mannes. Damit kann man die Männer der $n+1$-ten Generation wie folgt definieren.

$$M(n+1) \quad = \quad \bigcup_{m \in M(n)} S(m)$$

  Weiterhin gilt, dass $M(1) = \{Adam\}$.

- Sei I die Menge aller Idioten. Da Adam es nicht schaffte, eine einfache Regel zu befolgen und daraufhin aus dem Paradies verstoßen wurde, ist Adam ein Idiot.

$$Adam \quad \in \quad I$$

- Weiterhin gilt die Aussage, dass die Söhne von Idioten wiederum Idioten sind.

$$m \in I \quad \Rightarrow \quad S(m) \subset I$$

Zeige nun formal per Induktion, dass alle Männer außer Jesus Idioten sind, also:

$$M \quad \subset \quad I$$

Aufgabe 3: (Sätze über natürliche Zahlen) **(3+5+5+3+6+3+4 Punkte)**

Aus den Peano-Axiomen ist die Nachfolgerfunktion $N(x)$ bekannt, die jeder natürlichen Zahl x ihren Nachfolger zuordnet. In der Vorlesung wurde zudem die Addition und Multiplikation auf natürlichen Zahlen definiert. Weiterhin kann das Assoziativitätsgesetz der Addition als gegeben angenommen werden. Ausgehend von diesen Grundlagen sollen nun die folgenden Sätze über natürliche Zahlen per Induktion bewiesen werden.

a) Kommutativitätsgesetz der Addition

   (a) Beweise zunächst: $x + 1 = 1 + x$

   (b) Beweise nun: $x + y = y + x$

b) Distributivgesetz

$$x \cdot (y + z) \quad = \quad x \cdot y + x \cdot z$$

   (Hinweis: Induktion über z)

c) Kommutativitätsgesetz der Multiplikation

   (a) Beweise zuerst: $x \cdot 1 = 1 \cdot x$

   (b) Beweise danach: $N(y) \cdot x = y \cdot x + x$

   (c) Beweise dann: $x \cdot y = y \cdot x$

d) Assoziativgesetz der Multiplikation

$$x \cdot (y \cdot z) \quad = \quad (x \cdot y) \cdot z$$

   (Hinweis: Induktion über z)

Hinweise zum Induktionsbeweis:

Bei Induktionsbeweisen sind folgende Richtlinien zu beachten.

- Induktionsanfang: Im Rahmen dieses Übungsblatts beginnen die Natürlichen Zahlen bei 1.
- Die Induktionsvoraussetzung muss hingeschrieben werden, ferner muss angezeigt werden, wo man sie benutzt.
- Jeder Beweisschritt muss begründet werden. Dabei reicht es, die Definitionen/Gesetzmäßigkeiten zu benennen, aus denen die jeweilige Umformung folgt.