



## 7. Übungsblatt Informatik II

(Abgabe: 14.06.2004)

1. **Aufgabe: (Encoder)** (10 Punkte)

**Def.:** Ein  $n$ -bit Encoder ist ein Schaltkreis mit Eingängen  $a \in \{0, 1\}^{2^n}$ , so dass  $a_i = 1$  für maximal ein  $i \in \{0, \dots, 2^n - 1\}$ , und Ausgängen  $b \in \{0, 1\}^n$  und  $nz \in \{0, 1\}$ , so dass

$$nz = 0 \Leftrightarrow a = 0^{2^n} \text{ und } \langle b \rangle = \begin{cases} i & ; a_i = 1 \\ 0 & ; nz = 0 \end{cases}$$

Konstruiere rekursiv einen Encoder mit Kosten  $C(Enc_n) = 2 \cdot C(Enc_{n-1}) + 2 \cdot n$  und Tiefe  $D(Enc_n) = D(Enc_{n-1}) + 1$ .

2. **Aufgabe:(Ableitungsbaum)** (2 + 2 Punkte)

Seien  $a, b, c, d, e \in VC$ . Bestimme für folgende Ausdrücke den Ableitungsbaum, für die Grammatik, die nichtterminale Faktoren, Terme und Ausdrücke enthält:

(a)  $(a + b + c * d)/e$

(b)  $(a/b) * (c + d) * e$

3. **Aufgabe:(Grammatik)** (6 Punkte)

Gegeben ist:

$$\langle Bit \rangle \rightarrow 0|1$$

$$\langle BitF \rangle \rightarrow \langle Bit \rangle | \langle BitF \rangle \langle Bit \rangle$$

$$S = \langle BitF \rangle$$

Zeige:  $L(G) = \{0, 1\}^+$ .

4. **Aufgabe:(Grammatik)** (3 + 5 Punkte)

(a) Gib eine Grammatik  $G$  an mit

$$L(G) = \{0^n 1^n | n \in \mathbb{N}\}.$$

(b) Beweise per Induktion die Korrektheit deiner Lösung.

5. **Aufgabe:(Bonus)** (10 Punkte)

Wir haben einen Ableitungsbaum mit Wurzel  $a$  und Blattwort  $b' n b''$  und einen zweiten Ableitungsbaum mit Wurzel  $n$  und Blattwort  $c$ . Zeige:

$$a \rightarrow^* b' n b''$$

$$n \rightarrow^* c$$

$$\Rightarrow a \rightarrow^* b' c b''$$

Hinweis: Benutze ohne Beweis folgendes Lemma.

**Lemma:**

Es gibt  $a \rightarrow^* b$ . Es existiert ein  $m$ , welches die Anzahl der Ableitungsschritte darstellt. Für  $i \in \{1, \dots, m\}$  existierten Bäume  $T_i$  mit Wurzel  $a$  und Blattwort  $b_i = b'_i n_i b''_i$ .

So dass gilt:

(a)  $b_1 = a$

(b)  $b_{i+1} = b'_i c_i b''_i$  für  $1 \leq i < m$

(c)  $b_m = b$