



5. Übungsblatt Informatik II  
 (Abgabe: 02.06.2004)

1. **Aufgabe: (Zero-Berechnung)** (5 Punkte)

Beweise oder widerlege: Seien  $a, b \in \{0, 1\}^n$ ;  $s \in \{0, 1\}^{n+1}$ ;  $[s] = ([a] - [b]) \pmod{2^n}$ .

Dann gilt:  $s[n - 1 : 0] = 0^n \Leftrightarrow [a] = [b]$ .

2. **Aufgabe: (ALU)** (10 Punkte)

Berechne die Tiefe des ALU-Schaltkreises aus der Vorlesung unter folgenden Voraussetzungen:

- Die Breite der Eingangssignale beträgt 32 Bit.
- Als Addierer wird ein carry chain Addierer aus der Vorlesung benutzt.

3. **Aufgabe: (Zähler)** (6 Punkte)

Ein  $n$ -Bit Zähler ist eine Schaltung mit Ausgängen  $x \in \{0, 1\}^n$ , so dass

$$\langle x^{t+1} \rangle \equiv \langle x^t \rangle + 1 \pmod{2^n}$$

Konstruiere einen  $n$ -Bit Zähler, der nur aus  $n$  Registern mit je einem Eingang,  $n$  Invertern und  $n - 1$  AND-Gattern besteht.

4. **Aufgabe: (Nand-Darstellung)** (6 Punkte)

Wir definieren als neuen Operator in booleschen Ausdrücken den NAND-Operator  $\bar{\wedge}$  durch folgende Werte-Tabelle:

$x$	$y$	$x \bar{\wedge} y$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Beweise: zu jeder Schaltfunktion  $f$  gibt es einen Boole'schen Ausdruck  $e$ , der  $f$  berechnet und nur aus NAND-Operatoren besteht.

5. **Aufgabe: (Neg-Bit)** (6 Punkte)

Seien  $a, b \in \{0, 1\}^n$ ;  $c_{in} \in \{0, 1\}$ . Zeige:

$$[a] + [b] + c_{in} \in T_{n+1}$$

6. **Aufgabe: (Sign Extension)** (6 Punkte)

Konstruiere einen Schaltkreis mit Eingängen  $IR \in \{0, 1\}^{32}$ ;  $IType, RType, JType \in \{0, 1\}$  wobei zu jedem Zeitpunkt genau eines der Type-Signale = 1 ist und Ausgängen  $co \in \{0, 1\}^{32}$ , so dass

$$co = \begin{cases} IR[15]^{16} IR[15 : 0] & ; IType = 1 \\ IR[25]^{6} IR[25 : 0] & ; JType = 1 \\ 0^{27} IR[10 : 6] & ; RType = 1 \end{cases}$$

7. **Aufgabe: (Carry, BONUS)** (10 Punkte)

Ein beliebiger Addierer ist gegeben. Gib einen Schaltkreis an, der die Carry-Bits mit möglichst wenigen extra Gattern berechnet.