Universität des Saarlandes
FR 6.2 - Informatik
Prof. Dr. W.J. Paul
Dr.-Ing. Dirk Benyoucef
M. Cs. Jakov Dalinger

2. Übungsblatt Informatik II

(Abgabe: 10.04.2004)

---

1. **Aufgabe: (Mengenvereinigung)** **(8 Punkte)**
   Beweise per Induktion:
   Seien M, N Mengen. Dann gilt:

   (a) $\#(M \cup N) \leq \#M + \#N$

   (b) $\#(M \cup N) = \#M + \#N \Leftrightarrow M \cap N = \emptyset$

2. **Aufgabe: (Mengenkreuzprodukt)** **(5 Punkte)**
   Beweise per Induktion:
   Seien M, N Mengen. Dann gilt:
   $\#(M \times N) = \#M \cdot \#N$

3. **Aufgabe: (Mengenpotenzierung)** **(5 Punkte)**
   Beweise per Induktion:
   Sei M eine Menge, n eine natürliche Zahl. Dann gilt:
   $\#(M^n) = (\#M)^n$

4. **Aufgabe: (Darstellungssatz für konjunktive Normalform)** **(8 Punkte)**
   Sei $a \in \mathbb{B}^n$. Dann definieren wir für $X \in \mathbb{B}^n$

   $$c(a) := \bigvee_{i=1}^{n} X_i^{\overline{a_i}}.$$

   Sei f eine n-stellige Schaltfunktion und $T(f)$ der Träger von f. Beweise:

   $$f(X) \equiv \bigwedge_{a \notin T(f)} c(a).$$

   Diese Form der Daratellung von f nennt man *konjunktive Normalform.*

5. **Aufgabe: (Morgan-Formeln)** **(2 Punkte)**
   Seien $a, b \in \{0, 1\}$.
   Beweise: $a \vee b \equiv \overline{\overline{a} \wedge \overline{b}}$

6. **Aufgabe: (Rekursive Definition)** **(2 Punkte)**
   Seien $G(1) = 1, G(n) = 2G(n-1) + 4$, mit $n \in \mathbb{N}$.
   Beweise: $G(n) = (5/2) \cdot 2^n - 4$

7. **Aufgabe: (Rekursive Definition)** **(10 Punkte)**
   Löse die folgenden rekursiven Gleicherungen:

   (a) Seien $G(1) = 1, G(n) = 3G(n-1) + 1$, mit $n \in \mathbb{N}$.

   (b) Seien $G(1) = 1, G(n) = 2G(n/2) + 3$, mit $n \in \mathbb{N}$.

   (c) Seien $G(1) = 1, G(n) = 2G(n/2) + n$, mit $n \in \mathbb{N}$.