



3. Übungsblatt Informatik II

(Abgabe: 16.05.2003)

1. Aufgabe: (Topologische Sortierung) (6 + 10 Punkte)

Sei $G = (E, V)$ ein endlicher gerichteter zyklischer Graph (DAG). Eine Sortierung von G ist eine injektive Funktion $s : V \mapsto \mathbb{N}$. Die Sortierung heißt topologisch, wenn $\forall (u, v) \in E$ gilt: $s(u) < s(v)$.

- (a) Gib einen Algorithmus an, der zu einem gegebenen endlichen DAG G eine topologische Sortierung findet.
- (b) Beweise die Korrektheit und Terminierung deines Algorithmus. Du kannst dazu alle Sätze über endliche DAGs verwenden, die in der Vorlesung bewiesen wurden.

2. Aufgabe: (DAGs) (4 Punkte)

Beweise oder widerlege: Jeder DAG hat eine Tiefe.

3. Aufgabe: (Potenzrechnung) (6 Punkte)

Seien $a, b, n, m \in \mathbb{N}$. Beweise:

- (a) $a^{n+m} = a^n \cdot a^m$
- (b) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

Benutze dabei als einzige Voraussetzung $a^0 = 1$, $a^{i+1} = a^i \cdot a$ und die schon bewiesenen Rechenregeln aus dem letzten Blatt.

4. Aufgabe: (Reihenformel) (4 Punkte)

Sei $B \in \mathbb{N}$; $B \geq 1$. Beweise:

$$\sum_{i=0}^{n-1} (B-1) \cdot B^i = B^n - 1$$

5. Aufgabe: (Darstellungszzerlegung) (4 Punkte)

Sei $B \in \mathbb{N}$; $B \geq 2$; $a \in \{0, \dots, B-1\}^n$; $1 \leq h \leq n-1$.

Beweise:

$$\langle a[n-1:0] \rangle_B = \langle a[n-1:h] \rangle_B \cdot B^h + \langle a[h-1:0] \rangle_B$$

6. Aufgabe: (Additionsalgorithmus) (6 Punkte)

Sei $B \in \mathbb{N}$; $B \geq 2$; $a_i, b_i, c_i, s_i \in \{0, \dots, B-1\} \forall 0 \leq i \leq n-1$; $c_{-1} \in \{0, 1\}$;

$$\langle c_i s_i \rangle_B = a_i + b_i + c_{i-1}.$$

Beweise:

$$\langle c_{n-1} s[n-1:0] \rangle_B = \langle a[n-1:0] \rangle_B + \langle b[n-1:0] \rangle_B + c_{-1}$$

7. * Aufgabe: (Surjektivität der Zahlendarstellung) (10 Punkte *)

Konstruiere die Umkehrabbildung $\langle \rangle^{-1}$ zur Abbildung

$$\langle \rangle : \{0, 1\}^n \mapsto \{0, \dots, 2^n - 1\}, \langle a[n-1:0] \rangle := \sum_{i=0}^{n-1} a_i \cdot 2^i$$

Tipp: Entwickle einen rekursiven Algorithmus und extrahiere daraus die Lösung.

Klausurtermine:

1. Teilklausur: Samstag, 21.06.03, 9-13 Uhr, Geb 45

2. Teilklausur: Samstag, 09.08.03, 9-13 Uhr, Geb 27

Nachklausur: Samstag, 04.10.03, 9-13 Uhr, Geb 27