



**Übung 1: (Gewicht von Knoten)**

(8 Punkte)

In der Vorlesung wurde das Gewicht  $W(\nu)$  eines Knoten  $\nu$  im Additionsbaum definiert als:

- Für Blätter:  $W(\nu) = \begin{cases} 3 & \text{für } 3/2 \text{ Addierer} \\ 4 & \text{für } 4/2 \text{ Addierer} \end{cases}$
- Für innere Knoten mit linkem Sohn  $\lambda$  und rechtem Sohn  $\rho$ :  $W(\nu) = W(\lambda) + W(\rho)$ .

Zeigen Sie per Induktion über den Level  $l$  im Additionsbaum:

1. In Level  $l$  sind die Gewichte von links nach rechts monoton steigend.
2. Die Summe der Gewichte aller Knoten in Level  $l$  ist  $m$ .

**Übung 2: (Leading Zero Counter)**

(8+4 Punkte)

Ein Leading Zero Counter ist ein Schaltkreis, der die Anzahl der führenden Nullen eines Bitstrings  $a[n-1:0]$  berechnet.

In Abbildung ?? sehen Sie zwei Schaltkreise, die für die Berechnung der Anzahl der führenden Nullen von  $a$  benutzt werden können. In Abbildung ?? sehen Sie als Beispiel einen 8 Bit Leading Zero Counter, der aus diesen zwei Schaltkreisen aufgebaut ist. Im ersten Schritt wird die Eingabe in  $n/2$  viele LZZero-a Schaltkreise gegeben. Dahinter befindet sich ein Baum aus LZZero-b Schaltkreisen, der das Ergebnis  $b[4:0]$  berechnet.

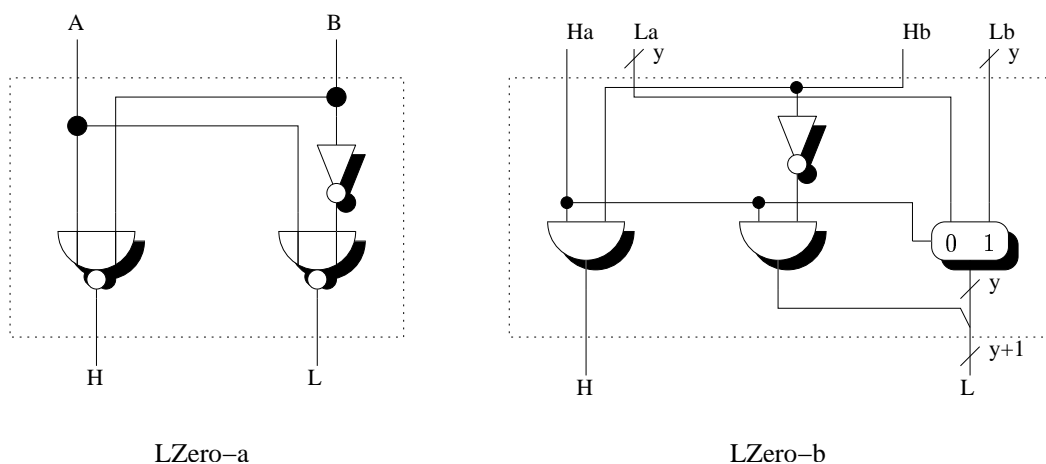


Figure 1: Komponenten für einen Leading Zero Counter

1. Zeigen Sie, dass Schaltkreise, die auf diese Weise konstruiert sind, korrekt die Anzahl führender Nullen der Eingabe berechnen. Nehmen Sie dazu an, dass  $n$  eine Zweierpotenz ist.

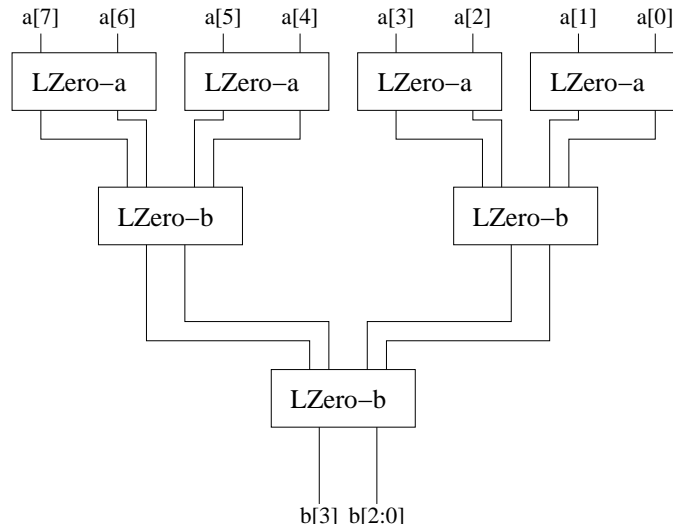


Figure 2: 8 Bit Leading Zero Counter

2. Leiten Sie eine geschlossene Formel für die Kosten und das Delay eines solchen Schaltkreises her. Nehmen Sie als Kosten für einen  $n$ -Bit Multiplexer  $C(mux) = 3 * n + 1$  und als Delay  $D(mux) = 3$ . Beweisen Sie die Korrektheit ihrer Formeln.

### Übung 3: (Addierer Baum)

(5+3+2 Punkte)

In der Vorlesung haben wir den balancierten Additionsbaum eines  $(n,m)$ -Multiplizierers mit  $4/2$  Addierern aufgebaut<sup>1</sup>. Man kann den Additionsbaum allerdings auch direkt aus  $3/2$  Addierern aufbauen.

1. Ein  $m/2$  Addierer addiert  $m$ -viele Eingabebusse und gibt zwei Ausgabebusse aus. Geben Sie eine rekursive Konstruktion eines  $m/2$  Addierers an, der nur aus  $3/2$  Addierern aufgebaut ist. Die Bitbreite der einzelnen Addierer braucht nicht betrachtet zu werden.
2. Leiten Sie eine Formel für das Delay ihres Schaltkreises her.
3. Für welche  $m$  ist das Delay ihres Schaltkreises kleiner als das des Baumes aus der Vorlesung?

<sup>1</sup>Ausgenommen im ersten Level, wo wir auch  $3/2$  Addierer verwendet haben.