



Aufgabe 1: (Abschlusseigenschaften Kontextfreier Sprachen) (3+3+4 Punkte)

Seien $G_1 = (T_1, N_1, P_1, S_1)$ und $G_2 = (T_2, N_2, P_2, S_2)$ kontextfreie Grammatiken mit $N_1 \cap N_2 = \emptyset$. Zeige, dass die kontextfreien Sprachen abgeschlossen sind unter Vereinigung, Konkatenation und der reflexiven transitiven Hülle! Beweise also, dass

- a) $L(G_1) \cup L(G_2)$,
- b) $L(G_1) \cdot L(G_2)$ und
- c) $L(G_1)^*$

ebenfalls kontextfrei sind!

Aufgabe 2: (Schnitt mit Regulärer Sprache) (8 Punkte)

Sei L eine kontextfreie Sprache und R regulär. Zeige: $L \cap R$ ist kontextfrei.

Aufgabe 3: (Schnitt und Komplement) (4+3 Punkte)

Seien $L \subseteq A^*$, L_1, L_2 kontextfreie Sprachen. Beweise:

- a) $L_1 \cap L_2$ ist im Allgemeinen nicht kontextfrei.
- b) Das Komplement von L , also $\bar{L} = A^* \setminus L$, ist im Allgemeinen nicht kontextfrei.

Aufgabe 4: (Pumping Lemma) (5 Punkte)

Beweise oder widerlege: $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$ ist kontextfrei.

Aufgabe 5: (C ist nicht kontextfrei) (10 Punkte)

In der Vorlesung wurde bewiesen dass die Programmiersprache C_0 zwar durch eine kontextfreie Grammatik erzeugt werden kann, aber wegen der notwendigen Kontextbedingungen nicht kontextfrei ist. Sei $G = (T, N, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik für die Programmiersprache C und B ein Teibleitungsbaum mit dem Blattwort

$$\text{int } _a^n b^n = 1; \text{int } _b^n a^n = 2; a^n b^n = b^n a^n$$

für $n > g(G)^{\#N}$. Zeige anhand von B , dass C keine kontextfreie Sprache ist!