Universität des Saarlandes
FR 6.2 - Informatik
Prof. Dr. W.J. Paul
Dipl.-Ing. Christoph Baumann

Theoretische Informatik
11. Übungsblatt
(Abgabe: 30.01.2013)

Dies ist das letzte Übungsblatt der Vorlesung. Für die Zulassung zur Hauptklausur werden 120 Punkte aus den Blättern 6-11 benötigt. Außerdem muss mindestens eine Aufgabe von diesen Blättern in den Übungen vorgerechnet und die Zwischenklausur bestanden worden sein. Für die Zulassung zur Nachklausur sind 220 Punkte aus allen Übungsblättern notwendig sowie das Vorrechnen einer Aufgabe je Vorlesungsteil.

Aufgabe 1: (Zeitkonstruierbarkeit) **(6+4 Punkte)**

Beweise die folgenden Aussagen!

a) Funktion $f(n) = n^2 \cdot \lceil \log n \rceil$ ist zeitkonstruierbar.

b) Sind f und g zeitkonstruierbar, so sind es auch $f + g$ und $\max(f, g)$.

Aufgabe 2: (Asymptotisches Wachstum) **(10 Punkte)**

Ordne folgende Funktionen nach ihrem asymptotischen Wachstum!

$$n \log n \qquad 3^{\sqrt{n}} \qquad \log n \qquad n^{2+\varepsilon} \qquad \sqrt{n} \qquad 2^n \qquad n^2 \log n \qquad n^{4/3}$$

Dabei ist ε irgendeine positive reelle Zahl. Beweise die Richtigkeit deiner Anordnung!

Aufgabe 3: (Rekursive Aufzählbarkeit) **(10 Punkte)**

Finde eine Sprache L, so dass weder L noch $\overline{L}$ r.e. ist! Beweise deine Antwort!

Tipp: Verwende eines der Halteprobleme! Exklusives Oder kann eine hilfreiche Verknüpfung sein.

Aufgabe 4: (Komplexitätsklassen) **(10 Punkte)**

Zeige ausführlicher als in der Vorlesung für jede totale berechenbare Funktion $t : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$:

$$DTAPE(t(n)) \subseteq \bigcup_{c \in \mathbb{N}_0} DTIME(2^{c \cdot t(n)})$$

Aufgabe Z: (Time vs. Space) **(20* Punkte)**

Beweise folgenden Satz:

Jeder Schaltkreis mit n Eingängen, einem Ausgang und bestehend aus $c(n)$ Gattern kann in einen äquivalenten Schaltkreis mit Tiefe $\mathcal{O}(c(n)/\log(\log(c(n))))$ überführt werden.

Tipp: Der Beweis funktioniert ähnlich zu dem des Pebble Lemmas aus der Vorlesung vom 16.01.2013. Er wurde zuerst von Mike Paterson und Leslie Valiant im Jahre 1976 formuliert.

*Dies ist eine Zusatzaufgabe, das heißt, dass sie nicht notwendigerweise gelöst werden muss. Erzielte Punkte für die Lösung gehen aber in die Wertung für die Klausurzulassung ein.