Universität des Saarlandes
Fachbereich 14- Informatik
Prof. Dr. W.J. Paul / I. Savenkov

5. Übungsblatt Informatik III

(Abgabe am 09.10.2003 vor der Vorlesung)

Alle Übungsblätter sind in Gruppen von zwei bis drei Personen abzugeben.

---

1. **Aufgabe:** **(3+3+3+3+12=24 Punkte)**
   Zeigen Sie, dass folgende Funktionen bzw. Prädikate primitiv-rekursiv sind:
   (a) Die Funktion $f_1(x,y) = x * y$
   (b) Das Prädikat $p_1(x) = \begin{cases} \text{wahr} & : \quad x = 2 \\ \text{falsch} & : \quad \text{sonst} \end{cases}$
   (c) Die charakteristische Funktion für das Prädikat $p_2(x,y) = \begin{cases} \text{wahr} & : \quad (x,y) = (2,3) \\ \text{falsch} & : \quad \text{sonst} \end{cases}$
   (d) Die Funktion $f_2(x,y) = \begin{cases} 1 & : \quad (x,y) = (2,3) \vee (x,y) = (1,4) \\ 0 & : \quad \text{sonst} \end{cases}$
   (e) Die in der Vorlesung angegebenen Funktionen *Präprozessor* und *Postprozessor*, die zwischen Konfigurationen von Turingmaschine und Tupeln von natürlichen Zahlen übersetzen.

2. **Aufgabe:** **(8 Punkte)**
   Bringen Sie den in der Vorlesung vorgestellten beschränkten μ_b-Operator in die Form einer primitiv rekursiven Funktion.

3. **Aufgabe:** **(8 Punkte)**
   Eine Sprache $L \in A^*$ heißt entscheidbar, falls die charakteristische Funktion von L, nämlich $\chi_L : A^* \longrightarrow \{0,1\}$, Turing-berechenbar ist. Hierbei ist für alle $w \in A^*$:

   $$\chi_L(w) = \begin{cases} 1 & : \quad w \in L \\ 0 & : \quad w \notin L \end{cases}$$

   Eine Turingmaschine M heißt Akzeptor für eine Sprache L, falls für alle $w \in A^*$ gilt: M gestartet mit w hält genau dann, wenn $w \in L$.
   Zeigen Sie, dass L genau dann entscheidbar ist, wenn es Akzeptoren für L und $\overline{L}$ gibt.

4. **Aufgabe:** **(10 Punkte)**
   Eine Sprache $L \subseteq A^*$ heißt rekursiv aufzählbar, falls es eine Turingmaschine M gibt, die mit leerem Band gestartet genau alle Worte $w \in L$ nacheinander ausgibt.
   Zeigen Sie, dass L rekursiv aufzählbar genau dann ist, wenn es einen Akzeptor für L gibt.

5. **Aufgabe (Bonus):** **(8 Punkte)**
   Geben Sie eine Turingmaschine an, die die charakteristische Funktion von $L = \{a^n b^n c^n | n \in \mathbb{N}\}$ berechnet.