



6. Übungsblatt Informatik II

(Abgabe: 06.06.2003)

Notation:

- Für natürliche Zahlen $t > 0$ und Register x bezeichne x^t den Inhalt von Register x nach t Takten und x^0 den definierten initialen Wert des Registers x .
- Für natürliche Zahlen $t > 0$ und Signale s bezeichne s^t den Wert des Signals s am Ende von Takt t .

1. Aufgabe: (3 Port RAM)

(10 Punkte)

Konstruiere ein 3 Port RAM R mit folgenden Eigenschaften:

- R hat Eingänge $Din \in \{0, 1\}^n$; $Ad_a, Ad_b, Ad_c \in \{0, 1\}^k$; $w \in \{0, 1\}$ und Ausgänge $Dout_a, Dout_b \in \{0, 1\}^n$
- Für $i \in \{0, \dots, 2^k - 1\}$ gilt $R[i]^t = \begin{cases} Din^t & ; i = \langle Ad_c^t \rangle \text{ und } w^t = 1 \\ R[i]^{t-1} & ; \text{sonst} \end{cases}$
- $Dout_a^t = R[\langle Ad_a^t \rangle]^{t-1}$; $Dout_b^t = R[\langle Ad_b^t \rangle]^{t-1}$

2. Aufgabe: (Sign Extension)

(6 Punkte)

Konstruiere einen Schaltkreis mit Eingängen $IR \in \{0, 1\}^{32}$; $IType, RType, JType \in \{0, 1\}$ wobei zu jedem Zeitpunkt genau eines der Type-Signale = 1 ist und Ausgängen $co \in \{0, 1\}^{32}$, so dass

$$co = \begin{cases} IR[15]^{16} IR[15 : 0] & ; IType = 1 \\ IR[25]^{6} IR[25 : 0] & ; JType = 1 \\ 0^{27} IR[10 : 6] & ; RType = 1 \end{cases}$$

3. Aufgabe: (Günstiger Addierer)

(4 + 8 Punkte)

(a) Konstruiere eine Schaltung aus folgenden Komponenten:

- 2 n -Bit breite Register $x[n-1 : 0]$ und $y[n-1 : 0]$
- 1 $(n+1)$ -Bit breites Register $s[n : 0]$ mit $s_n^0 = 0$
- 1 Volladdierer

mit der Eigenschaft: $\langle s^n \rangle = \langle x^0 \rangle + \langle y^0 \rangle$.

(b) Beweise die Korrektheit deiner Konstruktion.

4. Aufgabe: (Zähler)

(6 Punkte)

Ein n -Bit Zähler ist eine Schaltung mit Ausgängen $x \in \{0, 1\}^n$, so dass

$$\langle x^{t+1} \rangle \equiv \langle x^t \rangle + 1 \pmod{2^n}$$

Konstruiere einen n -Bit Zähler, der nur aus n Flip Flops, n Invertern und $n-1$ AND-Gattern besteht.

5. Aufgabe: (Nand-Darstellung)

(6 Punkte)

Wir definieren als neuen Operator in booleschen Ausdrücken den NAND-Operator $\bar{\wedge}$ durch folgende Werte-Tabelle:

x	y	$x \bar{\wedge} y$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Beweise: zu jeder Schaltfunktion f gibt es einen Boole'schen Ausdruck e , der f berechnet und nur aus NAND-Operatoren besteht.



6. Übungsblatt Informatik II

(Abgabe: 06.06.2003)

6. * Aufgabe: (Von Neumann Addierer)

(4 + 4 + 2 Punkte *)

Abbildung 1 zeigt die Konstruktion eines so genannten Von Neumann Addierers. Er ist aus den beiden $n + 1$ Bit breiten Registern x und y und $n + 1$ vielen Halbaddierern aufgebaut. Es gelte $x_n^0 = 0$ und $y_n^0 = 0$.

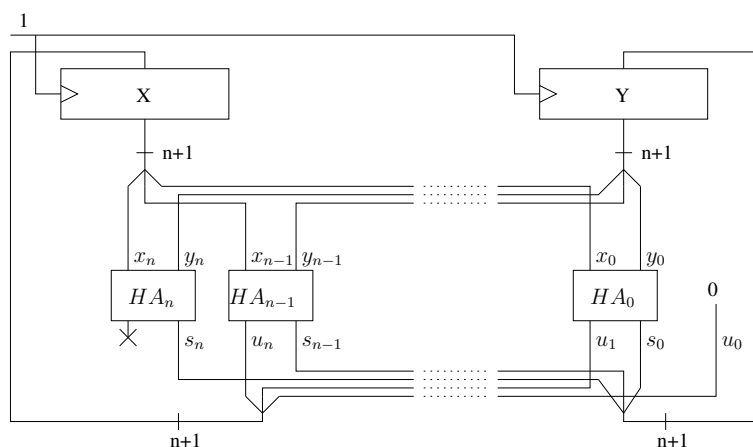


Abbildung 1: Von Neumann Addierer

- Beweise: $\langle x^t \rangle + \langle y^t \rangle = \langle x^0 \rangle + \langle y^0 \rangle$ für alle $t \geq 0$.
- Beweise: $\exists t \leq n + 1 : \langle y^t \rangle = \langle x^0 \rangle + \langle y^0 \rangle$, d.h. der Von Neumann Addierer braucht maximal $n + 1$ Taktzyklen, um die Summe von $\langle x^0 \rangle + \langle y^0 \rangle$ zu berechnen und im Register y zu speichern.
- In welchem Fall braucht dieser Addierer genau $n + 1$ Takte für die Addition?